Donas envolviendo pelotas y otros degeneres similares

Antonio Montero

Centro de Ciencias Matemáticas UNAM

Séptimo Aquelarre Matemático
Facultad de Ciencias UNAM
Octubre 2016

Superficies

Una superficie es un espacio topológico que localmente es como $\mathbb{R}^2$.

Superficies

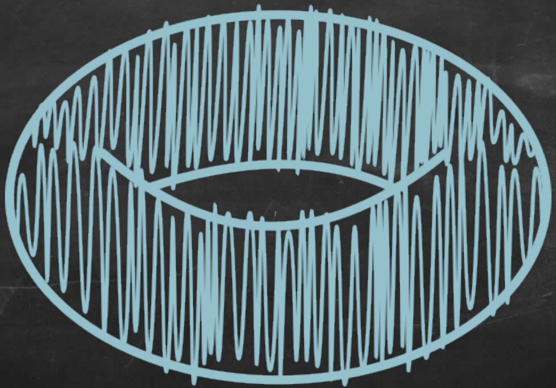
Una superficie es un espacio topológico que localmente es como $\mathbb{R}^2$.

Superficies

Una superficie es un espacio topológico que localmente es como $\mathbb{R}^2$.

Superficies

Una superficie es un espacio topológico que localmente es como $\mathbb{R}^2$.



Superficies
Superfiecies compactas

Toda superfice compacta es una de las siguientes:

Superficies

Superfiecies compactas

Toda superfice compacta es una de las siguientes:

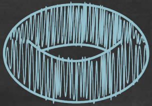
Superficies

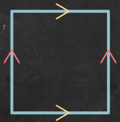
Superfiecies compactas

Toda superfice compacta es una de las siguientes:

Superficies
Superfiecies compactas

Toda superfice compacta es una de las siguientes:

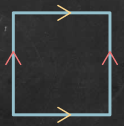




Superficies

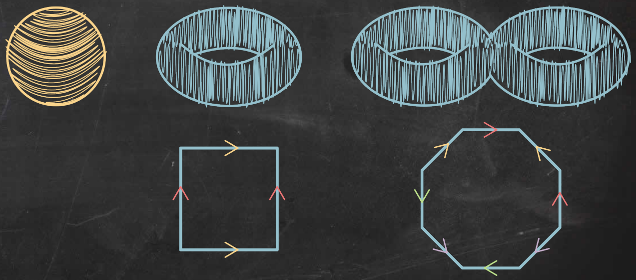
Superfiecies compactas

Toda superfice compacta es una de las siguientes:



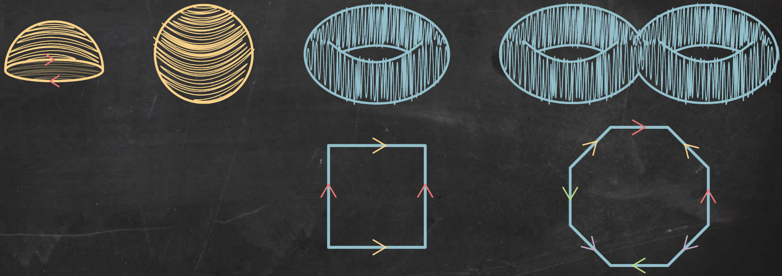
Superficies
Superfiecies compactas

Toda superfice compacta es una de las siguientes:



Superficies
Superfiecies compactas

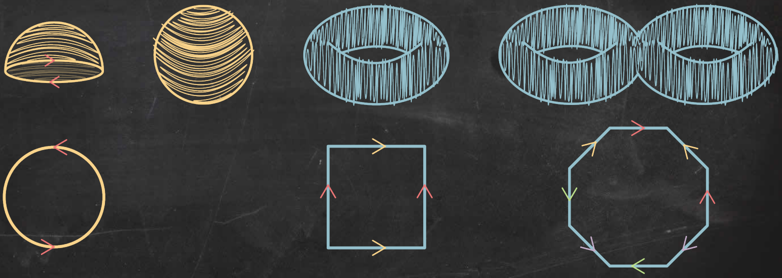
Toda superfice compacta es una de las siguientes:



Superficies

Superfiecies compactas

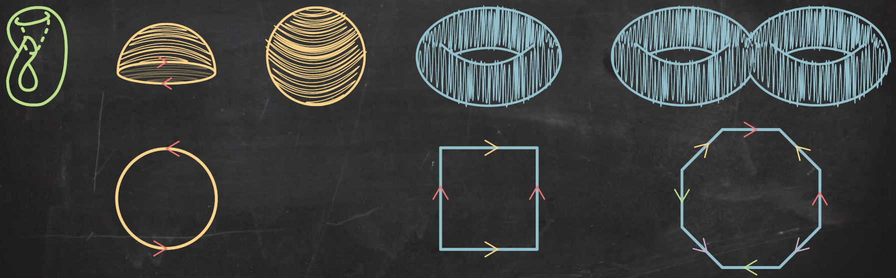
Toda superfice compacta es una de las siguientes:



Superficies

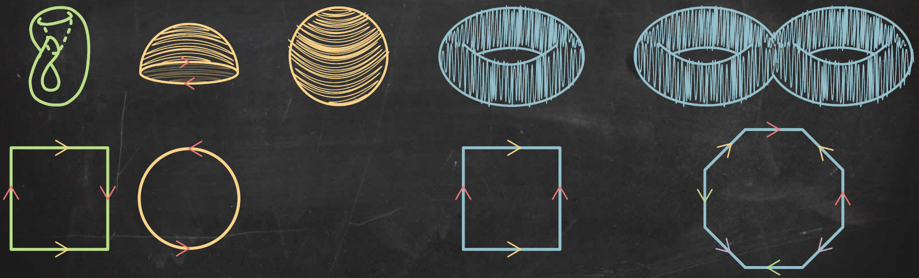
Superfiecies compactas

Toda superfice compacta es una de las siguientes:



Superficies
Superfiecies compactas

Toda superfice compacta es una de las siguientes:



Superficies

Superficies no compactas

También hay un teorema de clasificación para superficies no compactas... pero es mucho más complicado.

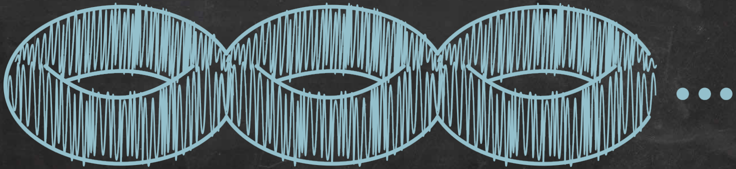
Superficies
Superficies no compactas

También hay un teorema de clasificación para superficies no compactas... pero es mucho más complicado.

Superficies

Superficies no compactas

También hay un teorema de clasificación para superficies no compactas... pero es mucho más complicado.



Superficies

Cubrientes

Una superficie $\bar{S}$ cubre a una superficie S si existe una función continua $f : \bar{S} \to S$ tal que:

Superficies

Cubrientes

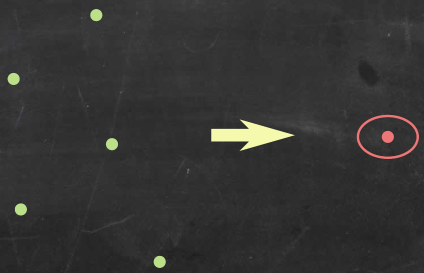
Una superficie $\bar{S}$ **cubre** a una superficie S si existe una función continua $f : \bar{S} \to S$ tal que:

Superficies
Cubrientes

Una superficie $\bar{S}$ cubre a una superficie S si existe una función continua $f : \bar{S} \to S$ tal que:

Superficies
Cubrientes

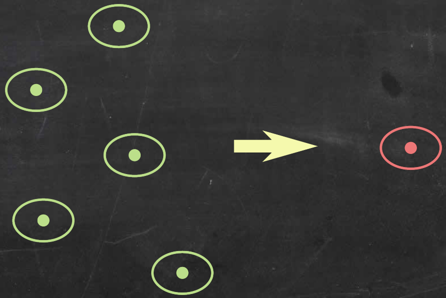
Una superficie $\bar{S}$ cubre a una superficie S si existe una función continua $f : \bar{S} \to S$ tal que:



Superficies

Cubrientes

Una superficie $\bar{S}$ cubre a una superficie S si existe una función continua $f : \bar{S} \to S$ tal que:



Superficies
Cubrientes

* La teoría se cubrientes es muy interesante.

Superficies
Cubrientes

* La teoría se cubrientes es muy interesante.
* Es uno de las herramientas chidas de Topología Algebraica.

Superficies
Cubrientes

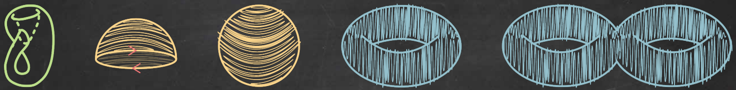
* La teoría se cubrientes es muy interesante.
* Es uno de las herramientas chidas de Topología Algebraica.
* Hay mucha teoría muy interesante de fondo...

Superficies
Cubrientes

* La teoría se cubrientes es muy interesante.
* Es uno de las herramientas chidas de Topología Algebraica.
* Hay mucha teoría muy interesante de fondo...
* ... de la cual yo no sé nada.

Superficies

Cubrientes en superficies



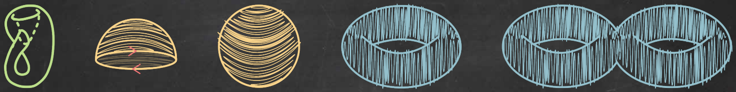
Superficies

Cubrientes en superficies

* Toda superficie se cubre a sí misma.

Superficies

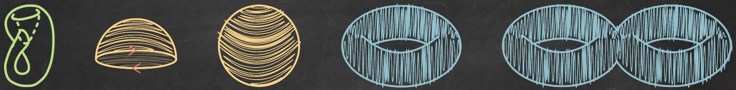
Cubrientes en superficies



* Toda superficie se cubre a sí misma.
* $\mathbb{R}^2$ cubre a $\mathbb{T}^2$, $\mathbb{T}^2\#\mathbb{T}^2$, $\mathbb{T}^2\#\mathbb{T}^2\#\mathbb{T}^2$ ...

Superficies

Cubrientes en superficies



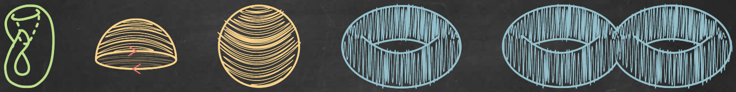
* Toda superficie se cubre a sí misma.
* $\mathbb{R}^2$ cubre a $\mathbb{T}^2$, $\mathbb{T}^2\#\mathbb{T}^2$, $\mathbb{T}^2\#\mathbb{T}^2\#\mathbb{T}^2$ ...
* $\mathbb{S}^2$ cubre a $\mathbb{P}^2$.

Superficies
Cubrientes en superficies

* Toda superficie se cubre a sí misma.
* $\mathbb{R}^2$ cubre a $\mathbb{T}^2$, $\mathbb{T}^2\#\mathbb{T}^2$, $\mathbb{T}^2\#\mathbb{T}^2\#\mathbb{T}^2$ ...
* $\mathbb{S}^2$ cubre a $\mathbb{P}^2$.
* La superficie orientable de género k cubre a la superficie no orientable de género $k+1$.

Superficies

Cubrientes en superficies



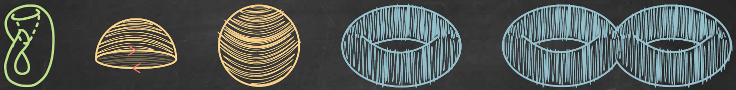
* Definamos $\chi(S) = 2 - 2g$ para S orientable de género g y $\chi(S) = 2 - g$ para S no orientable de género k.

Superficies
Cubrientes en superficies

* Definamos $\chi(S) = 2 - 2g$ para S orientable de género g y $\chi(S) = 2 - g$ para S no orientable de género k.
* Si S' y S son del mismo tipo entonces S' cubre a S si y solo si $\chi(S')$ es múltiplo positivo de $\chi(S)$.

Superficies

Cubrientes en superficies



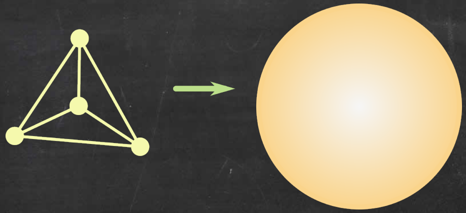
* Definamos $\chi(S) = 2 - 2g$ para S orientable de género g y $\chi(S) = 2 - g$ para S no orientable de género k.
* Si S' y S son del mismo tipo entonces S' cubre a S si y solo si $\chi(S')$ es múltiplo positivo de $\chi(S)$.
* En particular nadie puede cubrir a la esfera.

Mapas

Un mapa $\mathcal{M} = (G, i, S)$ consta de un encaje i de una gráfica G en una superficie S de tal forma que las componentes conexas de $S \setminus i(G)$ (caras) son topológicamente discos.

Mapas

Un mapa $\mathcal{M} = (G, i, S)$ consta de un encaje i de una gráfica G en una superficie S de tal forma que las componentes conexas de $S \setminus i(G)$ (caras) son topológicamente discos.

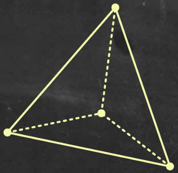


Mapas

Un mapa $\mathcal{M} = (G, i, S)$ consta de un encaje i de una gráfica G en una superficie S de tal forma que las componentes conexas de $S \setminus i(G)$ (caras) son topológicamente discos.

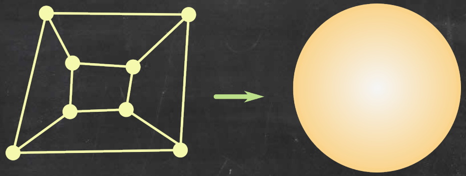
Mapas

Un mapa $\mathcal{M} = (G, i, S)$ consta de un encaje i de una gráfica G en una superficie S de tal forma que las componentes conexas de $S \setminus i(G)$ (caras) son topológicamente discos.



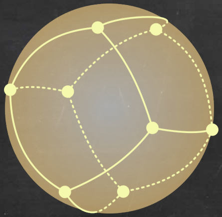
Mapas

Un mapa $\mathcal{M} = (G, i, S)$ consta de un encaje i de una gráfica G en una superficie S de tal forma que las componentes conexas de $S \setminus i(G)$ (caras) son topológicamente discos.



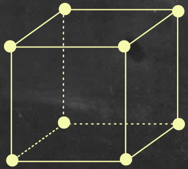
Mapas

Un mapa $\mathcal{M} = (G, i, S)$ consta de un encaje i de una gráfica G en una superficie S de tal forma que las componentes conexas de $S \setminus i(G)$ (caras) son topológicamente discos.



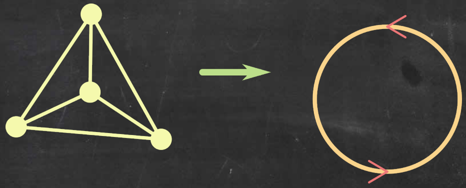
Mapas

Un mapa $\mathcal{M} = (G, i, S)$ consta de un encaje i de una gráfica G en una superficie S de tal forma que las componentes conexas de $S \setminus i(G)$ (caras) son topológicamente discos.



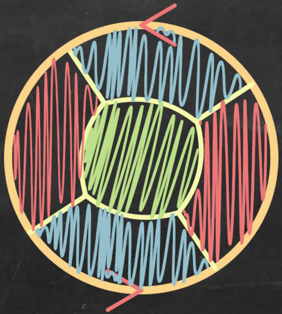
Mapas

Un mapa $\mathcal{M} = (G, i, S)$ consta de un encaje i de una gráfica G en una superficie S de tal forma que las componentes conexas de $S \setminus i(G)$ (caras) son topológicamente discos.



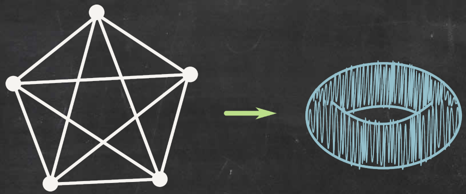
Mapas

Un mapa $\mathcal{M} = (G, i, S)$ consta de un encaje i de una gráfica G en una superficie S de tal forma que las componentes conexas de $S \setminus i(G)$ (caras) son topológicamente discos.



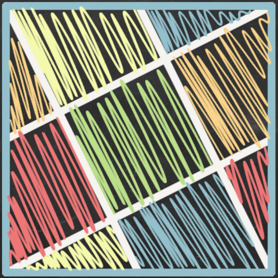
Mapas

Un mapa $\mathcal{M} = (G, i, S)$ consta de un encaje i de una gráfica G en una superficie S de tal forma que las componentes conexas de $S \setminus i(G)$ (caras) son topológicamente discos.



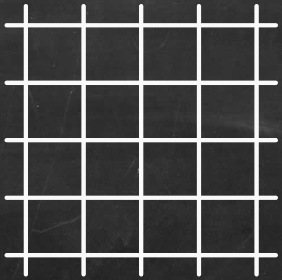
Mapas

Un mapa $\mathcal{M} = (G, i, S)$ consta de un encaje i de una gráfica G en una superficie S de tal forma que las componentes conexas de $S \setminus i(G)$ (caras) son topológicamente discos.



Mapas

Un mapa $\mathcal{M} = (G, i, S)$ consta de un encaje i de una gráfica G en una superficie S de tal forma que las componentes conexas de $S \setminus i(G)$ (caras) son topológicamente discos.



Mapas

* Un mapa es finito si y solo si la superficies es compacta.

Mapas

* Un mapa es finito si y solo si la superficies es compacta.
* Un mapa es un poliedro si la frontera de toda cara determina un ciclo en G.

Mapas

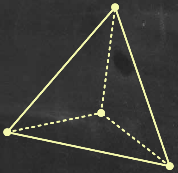
* Un mapa es finito si y solo si la superficies es compacta.
* Un mapa es un poliedro si la frontera de toda cara determina un ciclo en G.

Automorfismos de Mapas

* Un automorfismo de un mapa $\mathcal{M}$ es un automorfismo de G que se extiende a un homeomorfismo de S.

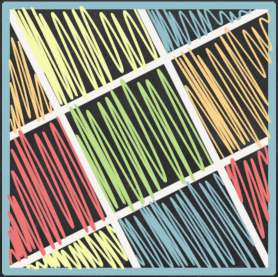
Automorfismos de Mapas

* Un automorfismo de un mapa $\mathcal{M}$ es un automorfismo de G que se extiende a un homeomorfismo de S.



Automorfismos de Mapas

* Un automorfismo de un mapa $\mathcal{M}$ es un automorfismo de G que se extiende a un homeomorfismo de S.



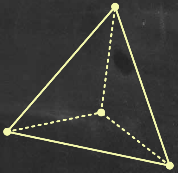
Automorfismos de Mapas

Banderas

* Una bandera es una terna (v, a, c) mutuamente incidentes.

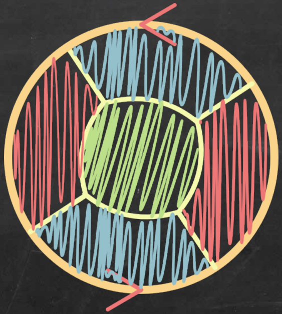
Automorfismos de Mapas
Banderas

* Una bandera es una terna (v, a, c) mutuamente incidentes.



Automorfismos de Mapas
Banderas

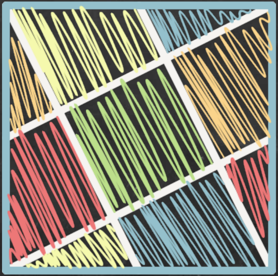
* Una bandera es una terna (v, a, c) mutuamente incidentes.



Automorfismos de Mapas

Banderas

* Una bandera es una terna (v, a, c) mutuamente incidentes.



Automorfismos de Mapas
Banderas

* Al grupo de automorfismos de un mapa $\mathcal{M}$ lo vamos a denotar $\mathrm{Aut}(\mathcal{M})$.

Automorfismos de Mapas
Banderas

* Al grupo de automorfismos de un mapa $\mathcal{M}$ lo vamos a denotar $\mathrm{Aut}(\mathcal{M})$.
* $\mathrm{Aut}(\mathcal{M})$ actúa en el conjunto de banderas de $\mathcal{M}$.

Automorfismos de Mapas
Banderas

* Al grupo de automorfismos de un mapa $\mathcal{M}$ lo vamos a denotar $\mathrm{Aut}(\mathcal{M})$.
* $\mathrm{Aut}(\mathcal{M})$ actúa en el conjunto de banderas de $\mathcal{M}$.
* El único automorfismo que fija una bandera es el automorfismo trivial ε.

Automorfismos de Mapas
Banderas

- Al grupo de automorfismos de un mapa $\mathcal{M}$ lo vamos a denotar $\mathrm{Aut}(\mathcal{M})$.
- $\mathrm{Aut}(\mathcal{M})$ actúa en el conjunto de banderas de $\mathcal{M}$.
- El único automorfismo que fija una bandera es el automorfismo trivial ε.
- Un automorfismo está determinado por la imagen de una bandera.

Mapas Regulares

* Una mapa $\mathcal{M}$ es regular si $\mathrm{Aut}(\mathcal{M})$ actúa transitivamente en las banderas.

Mapas Regulares

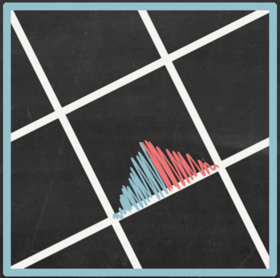
* Una mapa $\mathcal{M}$ es regular si $\mathrm{Aut}(\mathcal{M})$ actúa transitivamente en las banderas.

Mapas Regulares

* Una mapa $\mathcal{M}$ es regular si $\mathrm{Aut}(\mathcal{M})$ actúa transitivamente en las banderas.

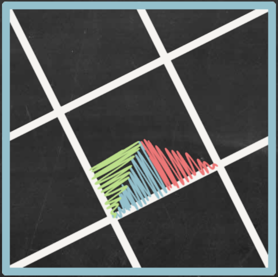
Mapas Regulares

* Una mapa $\mathcal{M}$ es regular si $\mathrm{Aut}(\mathcal{M})$ actúa transitivamente en las banderas.



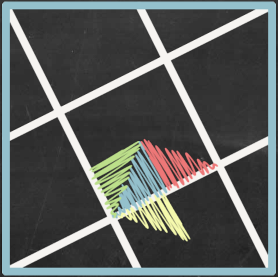
Mapas Regulares

* Una mapa $\mathcal{M}$ es regular si $\mathrm{Aut}(\mathcal{M})$ actúa transitivamente en las banderas.



Mapas Regulares

* Una mapa $\mathcal{M}$ es regular si $\mathrm{Aut}(\mathcal{M})$ actúa transitivamente en las banderas.



Mapas Regulares

* Si un mapa es regular, entonces todos las caras tienen el mismo número de lados p.

Mapas Regulares

* Si un mapa es regular, entonces todos las caras tienen el mismo número de lados p.
* También todos los vértices tienen el mismo número de aristas q.

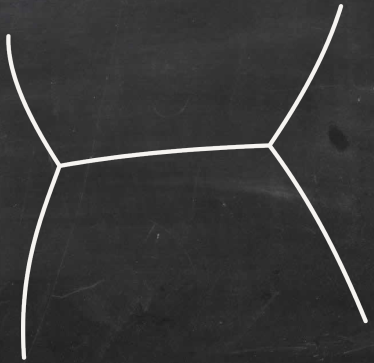
Mapas Regulares

* Si un mapa es regular, entonces todos las caras tienen el mismo número de lados p.
* También todos los vértices tienen el mismo número de aristas q.
* En esta situación diremos que el mapa tiene tipo de Schläfli $\{p, q\}$.

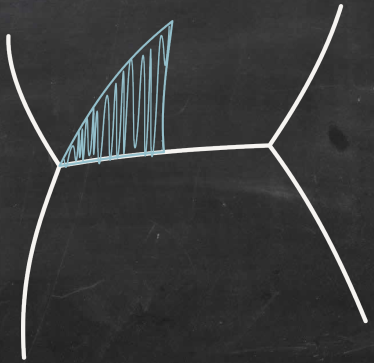
Mapas Regulares

* Si un mapa es regular, entonces todos las caras tienen el mismo número de lados p.
* También todos los vértices tienen el mismo número de aristas q.
* En esta situación diremos que el mapa tiene tipo de Schläfli $\{p, q\}$.
* Note que un mapa puede tener tipo de tipo de Schläfli pero no ser regular.

Mapas Regulares



Mapas Regulares

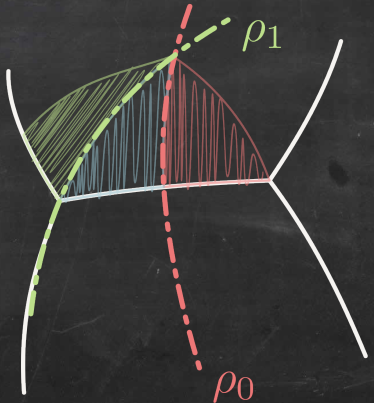


Mapas Regulares

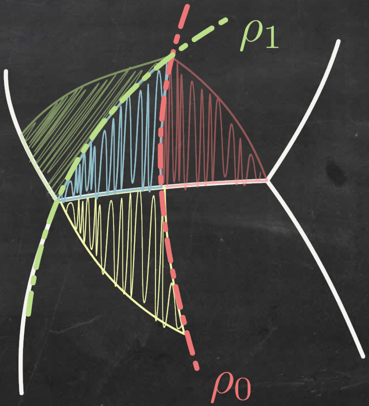
Mapas Regulares

Mapas Regulares

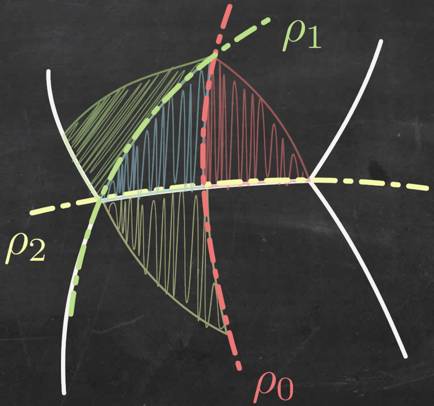
Mapas Regulares



Mapas Regulares



Mapas Regulares



Mapas Regulares

* Note que ρ_0, ρ_1 y ρ_2 son involuciones.
* Además $\mathrm{Aut}(\mathcal{M}) = \langle \rho_0, \rho_1, \rho_2 \rangle$.
* Si $\mathcal{M}$ tiene tipo de Schläfli $\{p, q\}$:

Mapas Regulares

* Note que ρ_0, ρ_1 y ρ_2 son involuciones.
* Además $\mathrm{Aut}(\mathcal{M}) = \langle \rho_0, \rho_1, \rho_2 \rangle$.
* Si $\mathcal{M}$ tiene tipo de Schläfli $\{p, q\}$:

$$\langle \rho_0, \rho_1 \rangle \cong D_p$$

Mapas Regulares

* Note que ρ_0, ρ_1 y ρ_2 son involuciones.
* Además $\mathrm{Aut}(\mathcal{M}) = \langle \rho_0, \rho_1, \rho_2 \rangle$.
* Si $\mathcal{M}$ tiene tipo de Schläfli $\{p, q\}$:

$$\langle \rho_0, \rho_1 \rangle \cong D_p$$
$$\langle \rho_1, \rho_2 \rangle \cong D_q$$

Mapas Regulares

* Note que ρ_0, ρ_1 y ρ_2 son involuciones.
* Además $\mathrm{Aut}(\mathcal{M}) = \langle \rho_0, \rho_1, \rho_2 \rangle$.
* Si $\mathcal{M}$ tiene tipo de Schläfli $\{p, q\}$:

$$\begin{aligned} \langle \rho_0, \rho_1 \rangle &\cong D_p \\ \langle \rho_1, \rho_2 \rangle &\cong D_q \\ \rho_0 \rho_2 &= \rho_2 \rho_0 \end{aligned}$$

Mapas Regulares

- Note que ρ_0, ρ_1 y ρ_2 son involuciones.
- Además $\mathrm{Aut}(\mathcal{M}) = \langle \rho_0, \rho_1, \rho_2 \rangle$.
- Si $\mathcal{M}$ tiene tipo de Schläfli $\{p, q\}$:

$$\begin{aligned} \langle \rho_0, \rho_1 \rangle &\cong D_p \\ \langle \rho_1, \rho_2 \rangle &\cong D_q \\ \rho_0\rho_2 &= \rho_2\rho_0 \\ \langle \rho_0, \rho_1 \rangle \cap \langle \rho_1, \rho_2 \rangle &= \langle \rho_1 \rangle \end{aligned}$$

Mapas Regulares
C-grupos de linea

Un C-grupo de linea de tipo $\{p, q\}$ es un grupo $A = \langle \rho_0, \rho_1, \rho_2 \rangle$ que satisface

$$\rho_i^2 = \varepsilon \; i \in \{0, 1, 2\} \langle \rho_0, \rho_1 \rangle \quad \cong D_p$$

Mapas Regulares
C-grupos de linea

Un C-grupo de linea de tipo $\{p, q\}$ es un grupo $A = \langle \rho_0, \rho_1, \rho_2 \rangle$ que satisface

$$\rho_i^2 = \varepsilon \; i \in \{0, 1, 2\} \langle \rho_0, \rho_1 \rangle \quad \cong D_p$$

$$\langle \rho_1, \rho_2 \rangle \cong D_q$$

Mapas Regulares
C-grupos de linea

Un C-grupo de linea de tipo $\{p, q\}$ es un grupo $A = \langle \rho_0, \rho_1, \rho_2 \rangle$ que satisface

$$\rho_i^2 = \varepsilon \; i \in \{0, 1, 2\} \langle \rho_0, \rho_1 \rangle \quad \cong D_p$$
$$\langle \rho_1, \rho_2 \rangle \cong D_q$$
$$\rho_0 \rho_2 = \rho_2 \rho_0$$

Mapas Regulares
C-grupos de linea

Un C-grupo de linea de tipo $\{p, q\}$ es un grupo $A = \langle \rho_0, \rho_1, \rho_2 \rangle$ que satisface

$$\rho_i^2 = \varepsilon \; i \in \{0, 1, 2\} \langle \rho_0, \rho_1 \rangle \quad \cong D_p$$

$$\langle \rho_1, \rho_2 \rangle \cong D_q$$

$$\rho_0 \rho_2 = \rho_2 \rho_0$$

$$\langle \rho_0, \rho_1 \rangle \cap \langle \rho_1, \rho_2 \rangle = \langle \rho_1 \rangle$$

Mapas Regulares
C-grupos de linea

Los grupo de automorfismos de mapas regulares son C-grupos de linea. Pero de hecho...

Mapas Regulares
C-grupos de linea

Los grupo de automorfismos de mapas regulares son C-grupos de linea. Pero de hecho...

Teorema (Egon Schulte, 1982)

Dado un C-grupo de linea A existe mapa regular $\mathcal{M}(A)$ tal que $\mathrm{Aut}(\mathcal{M}(A)) \cong A$. Además, si $\mathcal{M}$ es un mapa regular $\mathcal{M}(\mathrm{Aut}(\mathcal{M}) \cong \mathcal{M}$.

Mapas Regulares
C-grupos de linea

Mapas Regulares

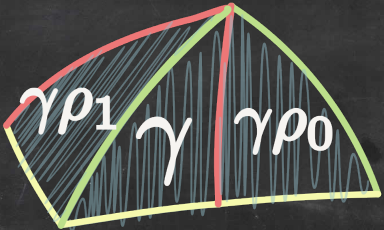
C-grupos de linea

Mapas Regulares

C-grupos de linea

Mapas Regulares
C-grupos de linea

Mapas Regulares
C-grupos de linea



Mapas Regulares
C-grupos de linea

Mapas Regulares
C-grupos de linea

En particular, las teselaciones regulares de la esfera, el plano euclideano y el plano hiperbólico se corresponden a los grupos

$$[p,q] = \langle \rho_0, \rho_1, \rho_1 | \rho_i^2 = (\rho_0, \rho_1)^p = (\rho_1, \rho_2)^q = (\rho_0, \rho_2)^2 = \varepsilon \rangle$$

Y su geometría está deteminada por $\frac{1}{p} + \frac{1}{q}$.

Ya entendemos "bien" a los mapas regulares...

Ya entendemos "Bien" a los mapas regulares...
¿Cómo entender a los mapas con menos simetría?

Ya entendemos "bien" a los mapas regulares...
¿Cómo entender a los mapas con menos simetría?
¡¡Con cubrientes!!

Cubrientes de Mapas

Decimos que un mapa $\bar{\mathcal{M}}$ cubre a un mapa $\mathcal{M}$ si existe una función $\pi : \mathcal{F}(\bar{\mathcal{M}}) \to \mathcal{F}(\mathcal{M})$ tal que

$$\pi(\Phi^{i}) = (\pi(\Phi))^{i}.$$

Cubrientes de Mapas

Monodromia

El grupo de monodromía $\mathrm{Mon}(\mathcal{M})$ de un mapa $\mathcal{M}$ es el grupo de permutaciones de $\mathcal{F}(\mathcal{M})$ generado por r_0, r_1 y r_2 donde

$$r_i(\Phi) = (\Phi)^i$$

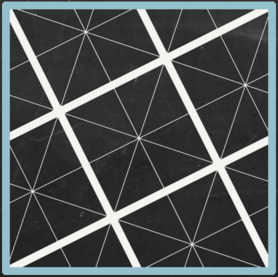
para toda bandera Φ.

Cubrientes de Mapas
Monodromia

El grupo de monodromía $\mathrm{Mon}(\mathcal{M})$ de un mapa $\mathcal{M}$ es el grupo de permutaciones de $\mathcal{F}(\mathcal{M})$ generado por r_0, r_1 y r_2 donde

$$r_i(\Phi) = (\Phi)^i$$

para toda bandera Φ.

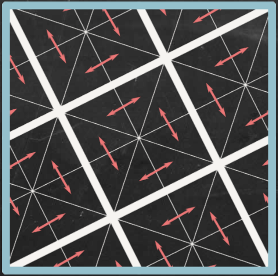


Cubrientes de Mapas
Monodromia

El grupo de monodromía $\mathrm{Mon}(\mathcal{M})$ de un mapa $\mathcal{M}$ es el grupo de permutaciones de $\mathcal{F}(\mathcal{M})$ generado por r_0, r_1 y r_2 donde

$$r_i(\Phi) = (\Phi)^i$$

para toda bandera Φ.

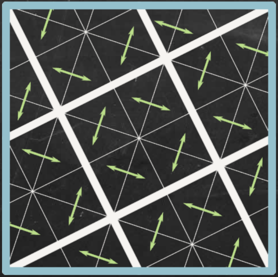


Cubrientes de Mapas
Monodromia

El grupo de monodromía $\mathrm{Mon}(\mathcal{M})$ de un mapa $\mathcal{M}$ es el grupo de permutaciones de $\mathcal{F}(\mathcal{M})$ generado por r_0, r_1 y r_2 donde

$$r_i(\Phi) = (\Phi)^i$$

para toda bandera Φ.



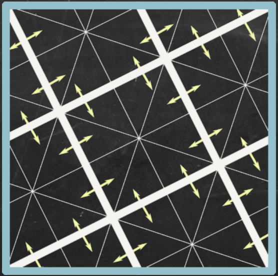
Cubrientes de Mapas

Monodromia

El grupo de monodromía $\mathrm{Mon}(\mathcal{M})$ de un mapa $\mathcal{M}$ es el grupo de permutaciones de $\mathcal{F}(\mathcal{M})$ generado por r_0, r_1 y r_2 donde

$$r_i(\Phi) = (\Phi)^i$$

para toda bandera Φ.



Cubrientes de Mapas
Monodromia

* Los elementos de $\mathrm{Mon}(\mathcal{M})$ no son automorfismos, de hecho ¡están muy lejos de serlo!

Cubrientes de Mapas
Monodromia

* Los elementos de $\text{Mon}(\mathcal{M})$ no son automorfismos, de hecho ¡están muy lejos de serlo!
* Si $\mathcal{M}$ es regular, entonces $\text{Aut}(\mathcal{M}) \cong \text{Mon}(\mathcal{M})$ con automorfismos $\rho_i \mapsto r_i$.

Cubrientes de Mapas
Monodromia

* Los elementos de $\mathrm{Mon}(\mathcal{M})$ no son automorfismos, de hecho ¡están muy lejos de serlo!
* Si $\mathcal{M}$ es regular, entonces $\mathrm{Aut}(\mathcal{M}) \cong \mathrm{Mon}(\mathcal{M})$ con automorfismos $\rho_i \mapsto r_i$.
* $\mathrm{Mon}(\mathcal{M})$ codifica la combinatoria del mapa.

Cubrientes de Mapas
Monodromia

* Los elementos de $\mathrm{Mon}(\mathcal{M})$ no son automorfismos, de hecho ¡están muy lejos de serlo!
* Si $\mathcal{M}$ es regular, entonces $\mathrm{Aut}(\mathcal{M}) \cong \mathrm{Mon}(\mathcal{M})$ con automorfismos $\rho_i \mapsto r_i$.
* $\mathrm{Mon}(\mathcal{M})$ codifica la combinatoria del mapa.
* Un mapa $\bar{\mathcal{M}}$ cubre a un mapa $\mathcal{M}$ si y solo si existe un epimorfismo $f : \mathrm{Mon}(\bar{\mathcal{M}}) \to \mathrm{Mon}(\mathcal{M})$ tal que $f(\bar{r}_i) = r_i$.
* En particular el mapa $\mathcal{M}([p, q])$ cubre a todo mapa de tipo $\{p, q\}$. (¡Muy como en topología)!

Cubrientes de Mapas

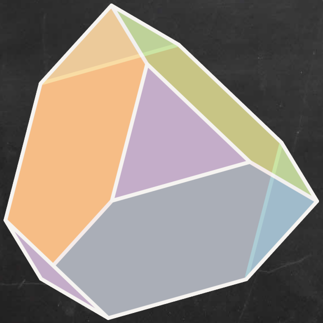
Teorema (Monson, Pellicer, Williams (2014))

Si $\mathcal{M}$ es un mapa cuyas caras tienen $p_1, p_2, \ldots, p_s$ lados y sus vértices tienen $q_1, q_2, \ldots, q_t$ aristas entonces $\mathrm{Mon}(\mathcal{M})$ es un C-grupo de linea de tipo $\{p, q\}$ con $p = \mathrm{m.\,c.\,m.}(p_1, p_2, \ldots, p_s)$ y $q = \mathrm{m.\,c.\,m.}(q_1, q_2, \ldots, q_t)$.

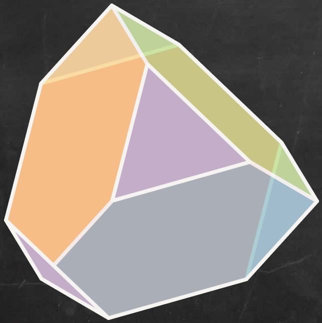
Cubrientes de Mapas

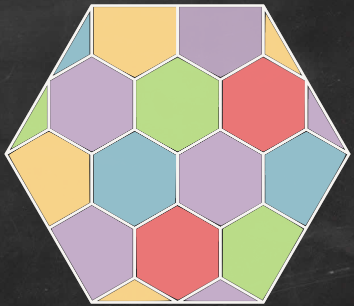
Teorema (Monson, Pellicer, Williams (2014))
Si $\mathcal{M}$ es un mapa cuyas caras tienen $p_1, p_2, \ldots, p_s$ lados y sus vértices tienen $q_1, q_2, \ldots, q_t$ aristas entonces $\mathrm{Mon}(\mathcal{M})$ es un C-grupo de linea de tipo $\{p, q\}$ con $p = \mathrm{m.c.m.}(p_1, p_2, \ldots, p_s)$ y $q = \mathrm{m.c.m.}(q_1, q_2, \ldots, q_t)$. Además, si $\tilde{\mathcal{M}} = \mathcal{M}(\mathrm{Mon}(\mathcal{M}))$ entonces $\tilde{\mathcal{M}}$ es la mínima cubierta regular de $\mathcal{M}$.

Minimos cubrientes regulares



Minimos cubrientes regulares

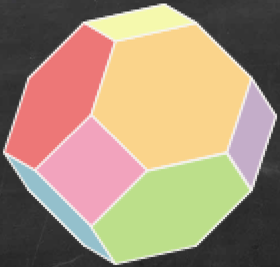




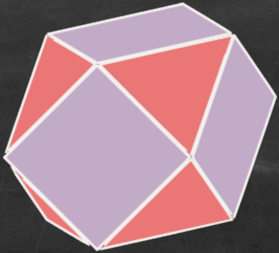
Minimos cubrientes regulares

Polytope	Vertex figure	Schläfli type of $\mathcal{P}(W)$	$\|W\|$	$\|N\|$
Trunc. tetrahedron	3.6.6	$\{6, 3\}$	144	2
Trunc. octahedron	4.6.6	$\{8, 3\}$	6912	48
Cuboctahedron	3.4.3.4	$\{12, 4\}$	2304	24
Trunc. cube	3.8.8	$\{24, 3\}$	82944	576
Icosadodecahedron	3.5.3.5	$\{15, 4\}$	14400	120
Trunc. icosahedron	5.6.6	$\{30, 3\}$	2592000	7200
Sm. rhombicuboctahedron	3.4.4.4	$\{12, 4\}$	1327104	6912
Pseudorhombicuboctahedron	3.4.4.4	$\{12, 4\}$	$2^{35}3^{5}5^{2}7 \cdot 11$	$2^{29}3^{4}5^{2}7 \cdot 11$
Snub cube	3.3.3.3.4	$\{12, 5\}$	$2^{32}3^{11}5^{1}$	$2^{28}3^{10}$
Sm. rhombicosidodecahedron	3.4.5.4	$\{60, 4\}$	207360000	432000
Gt. rhombicosidodecahedron	4.6.10	$\{60, 3\}$	559872000000	777600000
Snub dodecahedron	3.3.3.3.5	$\{15, 5\}$	$2^{23}3^{11}5^{11}$	$2^{20}3^{10}5^{9}$
Trunc. dodecahedron	3.10.10	$\{30, 3\}$	2592000	7200
Gt. rhombicuboctahedron	4.6.4.8	$\{24, 4\}$	5308416	18432

Minimos cubrientes regulares



Minimos cubrientes regulares



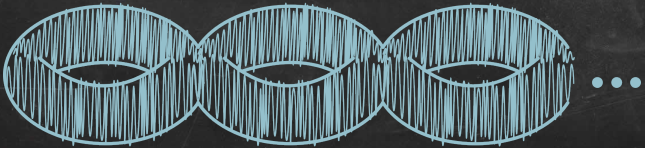
Minimos cubrientes regulares

* $4n$-prisma: orientable de género $(2n3)n^2 + 1$.
* $3n$-antiprisma: orientable de género $3n^4 - 4n^3 + 1$.

Minimos cubrientes regulares

Teorema (Culbois, Pellicer, Raggi, Ramírez, Valdez (2015))

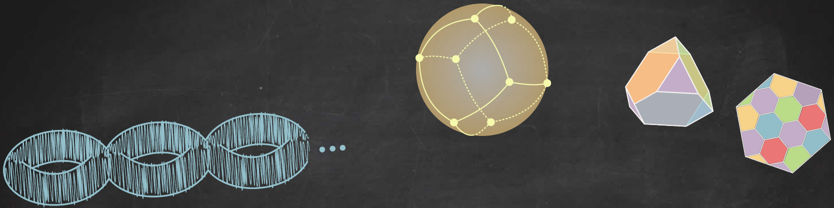
El mínimo cubriente regular de una teselación periódica del plano no-regular tiene topología del monstruo de Lago Ness



Minimos cubrientes regulares

Teorema (Arredondo, Ramírez, Valdez)

Si $\mathcal{M}$ es un mapa regular infinito, entonces la superfice asociada a $\mathcal{M}$ es o bien el plano o bien el monstruo del lago Ness.



¡GRACIAS!