Extensiones de politopos abstractos altamente simétricos

Antonio Montero

Centro de Ciencias Matemáticas UNAM

Encuentro Nacional de Estudiantes de Posgrado en Matemáticas
Cuernavaca, Mor. Agosto 2016

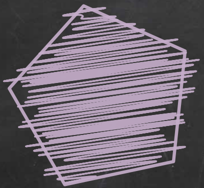
Problema

Dado un polígono regular $\mathcal{K}$ ¿existe un poliedro regular $\mathcal{P}$ tal que todas las caras de $\mathcal{P}$ son isomorfas a $\mathcal{K}$?

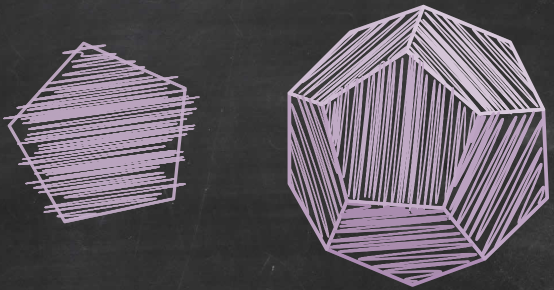
¿Soluciones?

¿Soluciones?

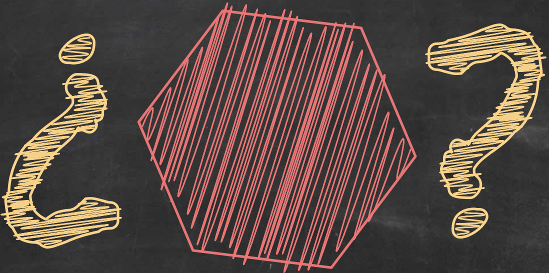
¿Soluciones?



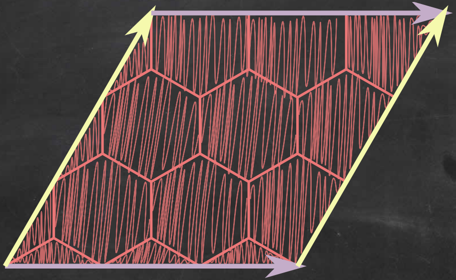
¿Soluciones?



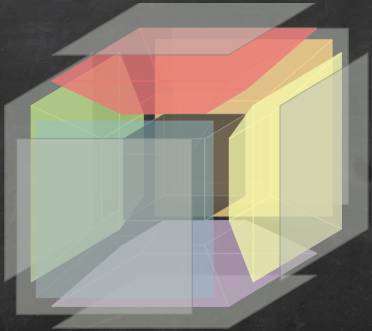
¿Soluciones?



¿Soluciones?



¿Soluciones?



¿Qué está pasando?

* Las restricciones que se nos ocurren son de carácter geométrico.

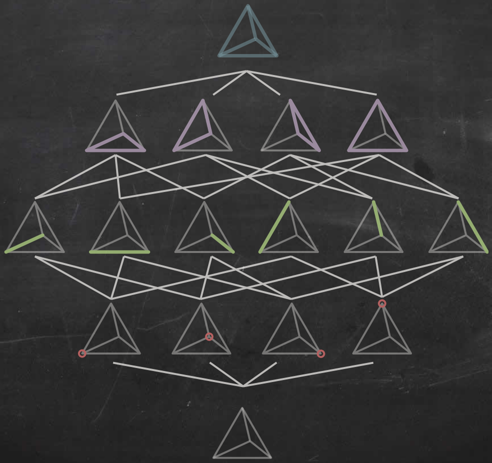
¿Qué está pasando?

* Las restricciones que se nos ocurren son de carácter geométrico.
* Puede ser que el mundo en el que estamos buscando respuestas es muy pequeño.

¿Qué está pasando?

* Las restricciones que se nos ocurren son de carácter geométrico.
* Puede ser que el mundo en el que estamos buscando respuestas es muy pequeño.
* La simetría de $\mathcal{K}$ limita la simetría de $\mathcal{P}$.

Politopos abstractos



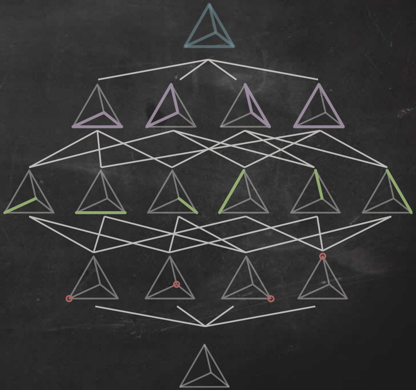
Politopos abstractos

Un politopo abstracto de rango n es un Co. P. O. $(\mathcal{P}, \leqslant)$ que satisface:

Politopos abstractos

Un politopo abstracto de rango n es un Co. P. O. $(\mathcal{P}, \leqslant)$ que satisface:

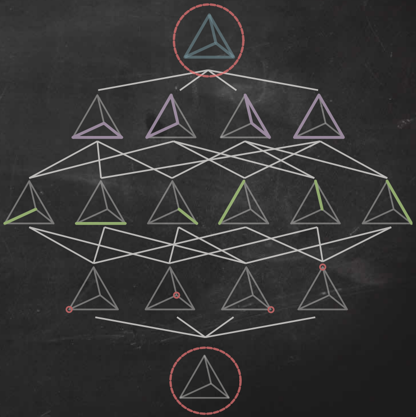
* Tiene máximo y mínimo.



Politopos abstractos

Un politopo abstracto de rango n es un Co. P. O. $(\mathcal{P}, \leqslant)$ que satisface:

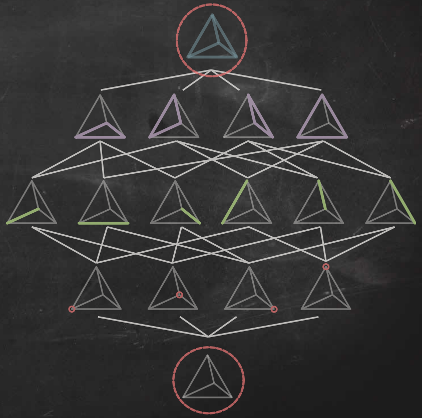
* Tiene máximo y mínimo.



Politopos abstractos

Un politopo abstracto de rango n es un Co. P. O. $(\mathcal{P}, \leqslant)$ que satisface:

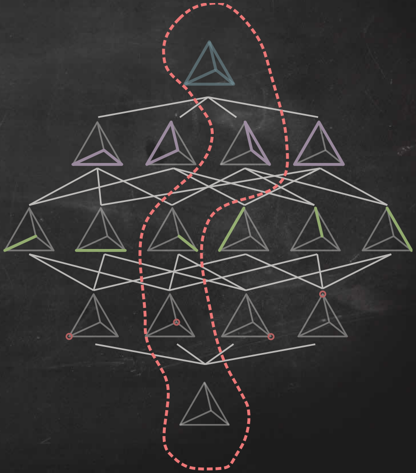
- Tiene máximo y mínimo.
- Todas las banderas tienen $n+2$ elementos.



Politopos abstractos

Un politopo abstracto de rango n es un Co. P. O. $(\mathcal{P}, \leqslant)$ que satisface:

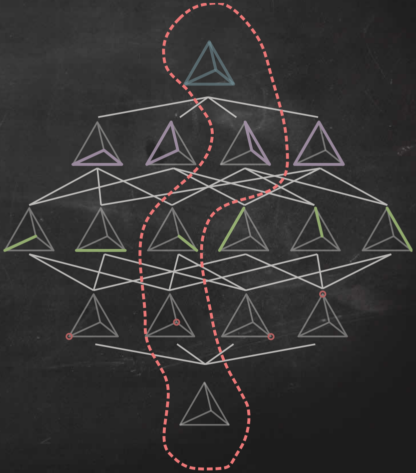
* Tiene máximo y mínimo.
* Todas las banderas tienen $n+2$ elementos.



Politopos abstractos

Un politopo abstracto de rango n es un Co. P. O. $(\mathcal{P}, \leqslant)$ que satisface:

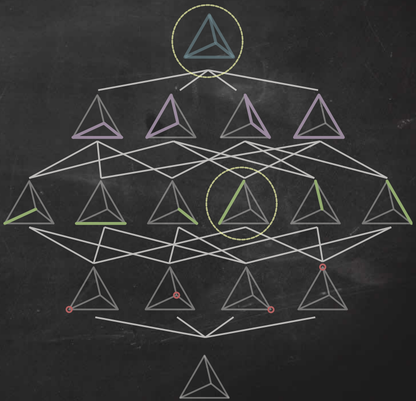
* Tiene máximo y mínimo.
* Todas las banderas tienen $n+2$ elementos.
* $\mathcal{P}$ satisface la propiedad del diamante.



Politopos abstractos

Un politopo abstracto de rango n es un Co. P. O. $(\mathcal{P}, \leqslant)$ que satisface:

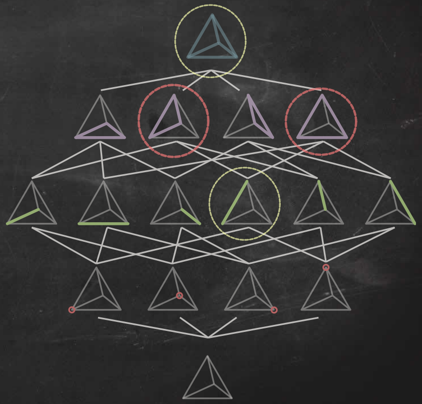
* Tiene máximo y mínimo.
* Todas las banderas tienen $n+2$ elementos.
* $\mathcal{P}$ satisface la propiedad del diamante.



Politopos abstractos

Un politopo abstracto de rango n es un Co. P. O. $(\mathcal{P}, \leqslant)$ que satisface:

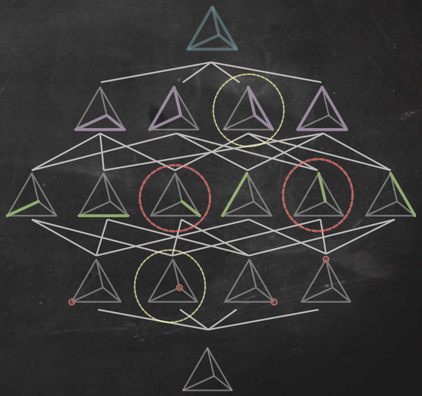
- Tiene máximo y mínimo.
- Todas las banderas tienen $n+2$ elementos.
- $\mathcal{P}$ satisface la propiedad del diamante.



Politopos abstractos

Un politopo abstracto de rango n es un Co. P. O. $(\mathcal{P}, \leqslant)$ que satisface:

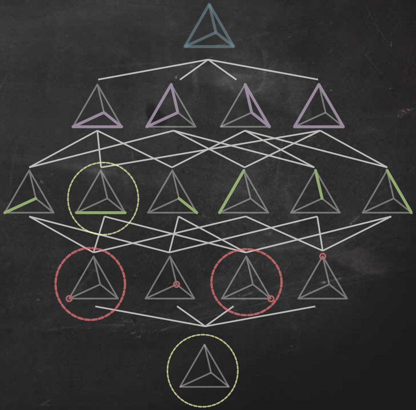
* Tiene máximo y mínimo.
* Todas las banderas tienen $n + 2$ elementos.
* $\mathcal{P}$ satisface la propiedad del diamante.



Politopos abstractos

Un politopo abstracto de rango n es un Co. P. O. $(\mathcal{P}, \leqslant)$ que satisface:

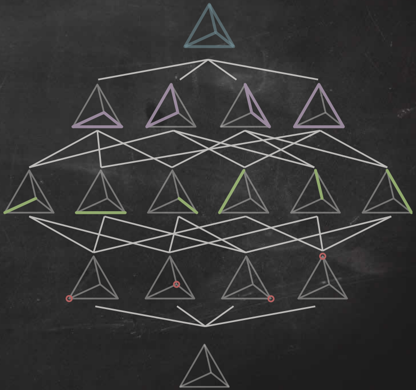
* Tiene máximo y mínimo.
* Todas las banderas tienen $n+2$ elementos.
* $\mathcal{P}$ satisface la propiedad del diamante.



Politopos abstractos

Un politopo abstracto de rango n es un Co. P. O. $(\mathcal{P}, \leqslant)$ que satisface:

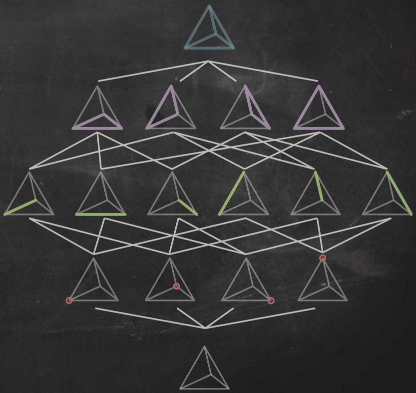
* Tiene máximo y mínimo.
* Todas las banderas tienen $n+2$ elementos.
* $\mathcal{P}$ satisface la propiedad del diamante.
* $\mathcal{P}$ es fuertemente conexo.



Politopos abstractos

Un politopo abstracto de rango n es un Co. P. O. $(\mathcal{P}, \leqslant)$ que satisface:

* Tiene máximo y mínimo.
* Todas las banderas tienen $n+2$ elementos.
* $\mathcal{P}$ satisface la propiedad del diamante.
* $\mathcal{P}$ es fuertemente conexo.
* Las facetas de $\mathcal{P}$...



Politopos abstractos

Un politopo abstracto de rango n es un Co. P. O. $(\mathcal{P}, \leqslant)$ que satisface:

- Tiene máximo y mínimo.
- Todas las banderas tienen $n+2$ elementos.
- $\mathcal{P}$ satisface la propiedad del diamante.
- $\mathcal{P}$ es fuertemente conexo.
- Las facetas de $\mathcal{P}$...

Politopos abstractos
Ejemplos

* $n = 2$: Polígonos combinatorios.

Politopos abstractos
Ejemplos

- $n = 2$: Polígonos combinatorios.
- $n = 3$: Mapas en superficies, teselaciones de $\mathbb{E}^2$ y $\mathbb{H}^2$.

Politopos abstractos
Ejemplos

* $n = 2$: Polígonos combinatorios.
* $n = 3$: Mapas en superficies, teselaciones de $\mathbb{E}^2$ y $\mathbb{H}^2$.
* Teselaciones de $\mathbb{S}^n$, $\mathbb{E}^n$ y $\mathbb{H}^n$.

Politopos abstractos
Ejemplos

* $n = 2$: Polígonos combinatorios.
* $n = 3$: Mapas en superficies, teselaciones de $\mathbb{E}^2$ y $\mathbb{H}^2$.
* Teselaciones de $\mathbb{S}^n$, $\mathbb{E}^n$ y $\mathbb{H}^n$.
* Teselaciones de variedades.

Politopos abstractos
Ejemplos

- $n = 2$: Polígonos combinatorios.
- $n = 3$: Mapas en superficies, teselaciones de $\mathbb{E}^2$ y $\mathbb{H}^2$.
- Teselaciones de $\mathbb{S}^n$, $\mathbb{E}^n$ y $\mathbb{H}^n$.
- Teselaciones de variedades.
- Otros...

Politopos abstractos
Tipo se Schläfli

El tipo de Schläfli de un politopo $\mathcal{P}$ se define recursivamente como sigue:

Politopos abstractos
Tipo se Schläfli

El **tipo de Schläfli** de un politopo $\mathcal{P}$ se define recursivamente como sigue:

* Un polígono con p vértices tiene tipo se Schläfli $\{p\}$.

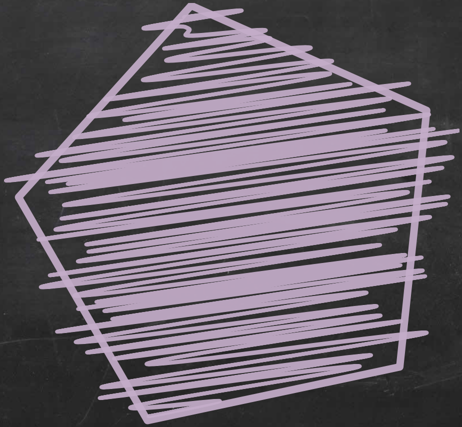
Politopos abstractos
Tipo se Schläfli

El tipo de Schläfli de un politopo $\mathcal{P}$ se define recursivamente como sigue:

* Un polígono con p vértices tiene tipo se Schläfli $\{p\}$.
* Si todas las facetas de $\mathcal{P}$ tienen tipo de Schläfli $\{p_1, p_2, \ldots, p_{n-2}\}$ y alrededor de cada $(n-3)$-cara de $\mathcal{P}$ hay p_{n-1} facetas, entonces $\mathcal{P}$ tiene tipo de Schläfli

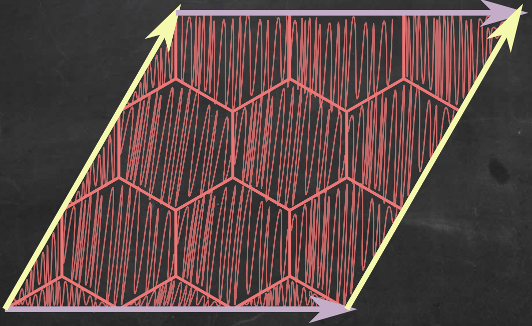
$$\{p_1, p_2, \ldots p_{n-2}, p_{n-1}\}$$

Politopos abstractos

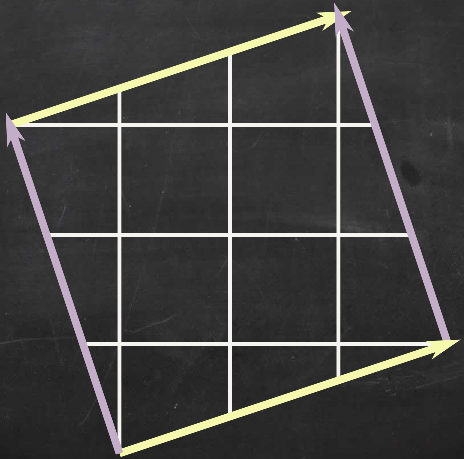


Politopos abstractos

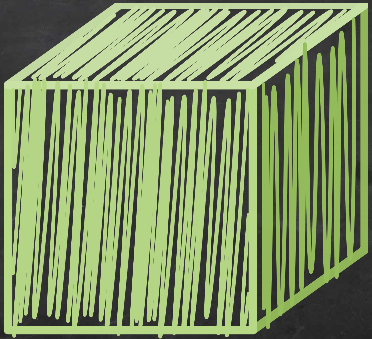
Politopos abstractos



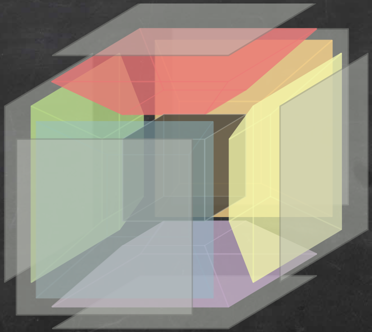
Politopos abstractos



Politopos abstractos



Politopos abstractos



Politopos abstractos
Grupo de Automorfismos

Si $\mathcal{P}$ es un politopo abstracto, el grupo de automorfismos de $\mathcal{P}$, $\Gamma(\mathcal{P})$ es el grupo de biyecciones de $\mathcal{P}$ que preservan el orden.

Politopos abstractos
Grupo de Automorfismos

Si $\mathcal{P}$ es un politopo abstracto, el grupo de automorfismos de $\mathcal{P}$, $\Gamma(\mathcal{P})$ es el grupo de biyecciones de $\mathcal{P}$ que preservan el orden.

* $\Gamma(\mathcal{P})$ actúa de manera natural en las banderas de $\mathcal{P}$.

Politopos abstractos
Grupo de Automorfismos

Si $\mathcal{P}$ es un politopo abstracto, el grupo de automorfismos de $\mathcal{P}$, $\Gamma(\mathcal{P})$ es el grupo de biyecciones de $\mathcal{P}$ que preservan el orden.

* $\Gamma(\mathcal{P})$ actúa de manera natural en las banderas de $\mathcal{P}$.
* Esta acción es libre, es decir los estabilizadores son triviales.

Politopos abstractos
Grupo de Automorfismos

Si $\mathcal{P}$ es un politopo abstracto, el grupo de automorfismos de $\mathcal{P}$, $\Gamma(\mathcal{P})$ es el grupo de biyecciones de $\mathcal{P}$ que preservan el orden.

* $\Gamma(\mathcal{P})$ actúa de manera natural en las banderas de $\mathcal{P}$.
* Esta acción es libre, es decir los estabilizadores son triviales.
* Un automorfismo está determinado por la imagen de una bandera.

Politopos abstractos

* Un politopo $\mathcal{P}$ es regular si $\Gamma(\mathcal{P})$ actúa transitivamente en las banderas.

Politopos abstractos

* Un politopo $\mathcal{P}$ es regular si $\Gamma(\mathcal{P})$ actúa transitivamente en las banderas.
* Si $\mathcal{P}$ es regular y Φ es una bandera de $\mathcal{P}$, existen automorfismos ρ_i tal que

$$\Phi\rho_i = \Phi^i.$$

Politopos abstractos

* Un politopo $\mathcal{P}$ es regular si $\Gamma(\mathcal{P})$ actúa transitivamente en las banderas.
* Si $\mathcal{P}$ es regular y Φ es una bandera de $\mathcal{P}$, existen automorfismos ρ_i tal que

$$\Phi\rho_i = \Phi^i.$$

* De hecho...

$$\Gamma(\mathcal{P}) = \langle \rho_0, \rho_1, \ldots, \rho_{n-1} \rangle.$$

Politopos abstractos
Generadores distinguidos

Además, los automorfimos $\rho_0, \rho_1, \ldots, \rho_{n-1}$ satisfacen

$$\rho_i^2 = \varepsilon$$

Politopos abstractos
Generadores distinguidos

Además, los automorfimos $\rho_0, \rho_1, \ldots, \rho_{n-1}$ satisfacen

$$\rho_i^2 = \varepsilon$$
$$(\rho_i \rho_j)^2 = \varepsilon \text{ si } |i - j| \geqslant 2$$

Politopos abstractos
Generadores distinguidos

Además, los automorfimos $\rho_0, \rho_1, \ldots, \rho_{n-1}$ satisfacen

$$\begin{aligned} \rho_i^2 &= \varepsilon \\ (\rho_i\rho_j)^2 &= \varepsilon \text{ si } |i-j| \geqslant 2 \\ (\rho_{i-1}\rho_i)^{p_i} &= \varepsilon \end{aligned} \tag{1}$$

Politopos abstractos
Generadores distinguidos

Además, los automorfimos $\rho_0, \rho_1, \ldots, \rho_{n-1}$ satisfacen

$$\begin{aligned} \rho_i^2 &= \varepsilon \\ (\rho_i \rho_j)^2 &= \varepsilon \text{ si } |i-j| \geqslant 2 \\ (\rho_{i-1}\rho_i)^{p_i} &= \varepsilon \end{aligned} \tag{1}$$

Además, cumplen la propiedad de la intersección:

$$\langle \rho_i : i \in I \rangle \cap \langle \rho_j : j \in J \rangle = \langle \rho_k : k \in I \cap J \rangle \ \forall \ I, J \subseteq \{0, \ldots n-1\}. \tag{2}$$

Politopos abstractos

Generadores distinguidos

Además, los automorfimos $\rho_0, \rho_1, \ldots, \rho_{n-1}$ satisfacen

$$\begin{aligned} \rho_i^2 &= \varepsilon \\ (\rho_i\rho_j)^2 &= \varepsilon \text{ si } |i-j| \geqslant 2 \\ (\rho_{i-1}\rho_i)^{p_i} &= \varepsilon \end{aligned} \tag{1}$$

Además, cumplen la propiedad de la intersección:

$$\langle \rho_i : i \in I \rangle \cap \langle \rho_j : j \in J \rangle = \langle \rho_k : k \in I \cap J \rangle \ \forall \ I, J \subseteq \{0, \ldots n-1\}. \tag{2}$$

Un grupo $\Gamma = \langle \rho_0, \rho_1, \ldots, \rho_{n-1} \rangle$ que satisface (1) y (2) es un C-grupo de linea.

Politopos abstractos
C-grupos de línea

Teorema (E. Schulte, 1982)

Si $\Gamma = \langle \rho_0, \rho_1, \ldots, \rho_{n-1} \rangle$ es un C-grupo de linea, entonces existe un único politopo regular $\mathcal{P}(\Gamma)$ tal que $\Gamma(\mathcal{P}(\Gamma)) = \Gamma$.

Politopos abstractos
C-grupos de línea

Teorema (E. Schulte, 1982)
Si $\Gamma = \langle \rho_0, \rho_1, \ldots, \rho_{n-1} \rangle$ es un C-grupo de linea, entonces existe un único politopo regular $\mathcal{P}(\Gamma)$ tal que $\Gamma(\mathcal{P}(\Gamma)) = \Gamma$.

Note que si $\mathcal{P}$ es un politopo regular con $\Gamma(\mathcal{P}) = \langle \rho_0, \rho_1, \ldots, \rho_{n-1} \rangle$ y $\mathcal{K}$ es una faceta de $\mathcal{P}$, entonces

$$\Gamma(\mathcal{K}) \cong Stab_{\Gamma(\mathcal{P})}(\mathcal{K}) = \langle \rho_0, \rho_1, \ldots, \rho_{n-2} \rangle.$$

Extensiones regulares

Una extensión de un politopo $\mathcal{K}$ es un politopo $\mathcal{P}$ tal que todas las facetas de $\mathcal{P}$ son isomorfas a $\mathcal{K}$.

Extensiones regulares

Una extensión de un politopo $\mathcal{K}$ es un politopo $\mathcal{P}$ tal que todas las facetas de $\mathcal{P}$ son isomorfas a $\mathcal{K}$.

Teorema (E. Schulte, 1985)

Si $\mathcal{K}$ es un politopo regular de rango n entonces existe una extensión regular de $\mathcal{K}$ si y solo si existe un encaje $\eta : \Gamma(\mathcal{K}) \to \Gamma$ para cierto C-grupo de linea $\Gamma = \langle r_0, \ldots, r_n \rangle$ tal que

$$\eta : \rho_i \mapsto r_i.$$

Extensiones regulares

Una extensión de un politopo $\mathcal{K}$ es un politopo $\mathcal{P}$ tal que todas las facetas de $\mathcal{P}$ son isomorfas a $\mathcal{K}$.

Teorema (E. Schulte, 1985)

Si $\mathcal{K}$ es un politopo regular de rango n entonces existe una extensión regular de $\mathcal{K}$ si y solo si existe un encaje $\eta : \Gamma(\mathcal{K}) \to \Gamma$ para cierto C-grupo de linea $\Gamma = \langle r_0, \ldots, r_n \rangle$ tal que

$$\eta : \rho_i \mapsto r_i.$$

Nota: El tipo de Schläfli de una extensión regular está casi determinado por $\mathcal{K}$.

Extensiones regulares

* Folklore: Única extensión con dos facetas, tipo de Schläfli $\{\mathcal{K}, 2\}$ y grupo $C_2 \times \Gamma(\mathcal{K})$.

Extensiones regulares

* Folklore: Única extensión con dos facetas, tipo de Schläfli $\{\mathcal{K}, 2\}$ y grupo $C_2 \times \Gamma(\mathcal{K})$.
* E. Schulte, 1985: Extensión universal con una infinidad de facetas y tipo de Schläfli $\{\mathcal{K}, \infty\}$.

Extensiones regulares

* Folklore: Única extensión con dos facetas, tipo de Schläfli $\{\mathcal{K}, 2\}$ y grupo $C_2 \times \Gamma(\mathcal{K})$.
* E. Schulte, 1985: Extensión universal con una infinidad de facetas y tipo de Schläfli $\{\mathcal{K}, \infty\}$.
* E. Schulte, 1985: Extensión con $(m+1)!$ facetas, tipo de Schläfli $\{\mathcal{K}, 6\}$ y grupo $S_{m+1} \times \Gamma(\mathcal{K})$.

Extensiones regulares

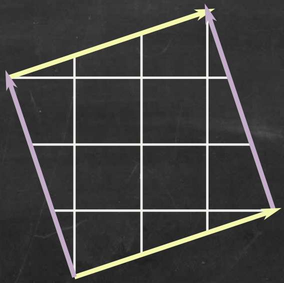
* Folklore: Única extensión con dos facetas, tipo de Schläfli $\{\mathcal{K}, 2\}$ y grupo $C_2 \times \Gamma(\mathcal{K})$.
* E. Schulte, 1985: Extensión universal con una infinidad de facetas y tipo de Schläfli $\{\mathcal{K}, \infty\}$.
* E. Schulte, 1985: Extensión con $(m+1)!$ facetas, tipo de Schläfli $\{\mathcal{K}, 6\}$ y grupo $S_{m+1} \times \Gamma(\mathcal{K})$.
* L. Danzer - E. Schulte, 1984-1985: Politopo $2^{\mathcal{K}}$, extensión con 2^m facetas, tipo de Schläfli $\{\mathcal{K}, 4\}$ y grupo $C_2 \wr \Gamma(\mathcal{K})$.

Extensiones regulares

* Folklore: Única extensión con dos facetas, tipo de Schläfli $\{\mathcal{K}, 2\}$ y grupo $C_2 \times \Gamma(\mathcal{K})$.
* E. Schulte, 1985: Extensión universal con una infinidad de facetas y tipo de Schläfli $\{\mathcal{K}, \infty\}$.
* E. Schulte, 1985: Extensión con $(m+1)!$ facetas, tipo de Schläfli $\{\mathcal{K}, 6\}$ y grupo $S_{m+1} \times \Gamma(\mathcal{K})$.
* L. Danzer - E. Schulte, 1984-1985: Politopo $2^{\mathcal{K}}$, extensión con 2^m facetas, tipo de Schläfli $\{\mathcal{K}, 4\}$ y grupo $C_2 \wr \Gamma(\mathcal{K})$.
* D. Pellicer, 2009: Politopo $2s^{\mathcal{K}-1}$, extensión con $2s^{m-1}$ facetas, tipo de Schläfli $\{\mathcal{K}, 2s\}$ y grupo $(C_2 \ltimes C_s^{m-1}) \ltimes \Gamma(\mathcal{K})$.

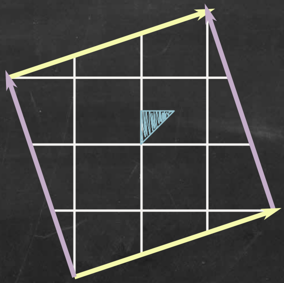
Politopos quirales

Un politopo $\mathcal{P}$ es quiral si $\Gamma(\mathcal{P})$ tiene dos órbitas en banderas y banderas adyacentes pertenecen a distintas órbitas.



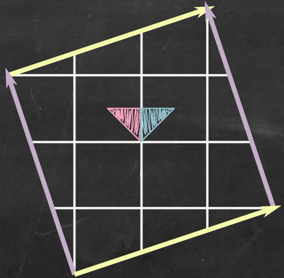
Politopos quirales

Un politopo $\mathcal{P}$ es quiral si $\Gamma(\mathcal{P})$ tiene dos órbitas en banderas y banderas adyacentes pertenecen a distintas órbitas.



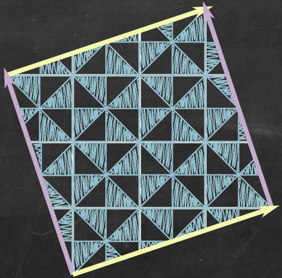
Politopos quirales

Un politopo $\mathcal{P}$ es quiral si $\Gamma(\mathcal{P})$ tiene dos órbitas en banderas y banderas adyacentes pertenecen a distintas órbitas.



Politopos quirales

Un politopo $\mathcal{P}$ es quiral si $\Gamma(\mathcal{P})$ tiene dos órbitas en banderas y banderas adyacentes pertenecen a distintas órbitas.



Politopos quirales

* No existen politopos quirales convexos.

Politopos quirales

* No existen politopos quirales convexos.
* Solo existen mapas (3-politopos) quirales en el toro y en superficies de género $\geqslant 7$.

Politopos quirales

* No existen politopos quirales convexos.
* Solo existen mapas (3-politopos) quirales en el toro y en superficies de género $\geqslant 7$.
* No existen teselaciones quirales de n-variedades euclidianas si $n \geqslant 2$.

Politopos quirales

* No existen politopos quirales convexos.
* Solo existen mapas (3-politopos) quirales en el toro y en superficies de género $\geqslant 7$.
* No existen teselaciones quirales de n-variedades euclidianas si $n \geqslant 2$.
* De hecho, no es obvio que existen politopos quirales de rango n para toda n.

Politopos quirales

* No existen politopos quirales convexos.
* Solo existen mapas (3-politopos) quirales en el toro y en superficies de género $\geqslant 7$.
* No existen teselaciones quirales de n-variedades euclidianas si $n \geqslant 2$.
* De hecho, no es obvio que existen politopos quirales de rango n para toda n.
* En general, las técnicas "clásicas" no funcionan.

Politopos quirales

Teorema (E. Schulte, A. Weiss, 1991)

Si Γ es un grupo que satisface ...... algunas propiedades técnicas ......, entonces Γ es el grupo de automorfismos de un politopo quiral o el grupo de rotaciones de un politopo regular.

Politopos quirales

* Construcción de politopos quirales a partir de grupos conocidos.

Politopos quirales

* Construcción de politopos quirales a partir de grupos conocidos.
* Construcción de estructuras geométricas quirales.

Politopos quirales

* Construcción de politopos quirales a partir de grupos conocidos.
* Construcción de estructuras geométricas quirales.
* Extensiones quirales de politopos.

Extensiones quirales

Una extensión quiral de un politopo $\mathcal{K}$ es un politopo quiral $\mathcal{P}$ tal que todas las facetas de $\mathcal{P}$ son isomorfas a $\mathcal{K}$.

Extensiones quirales

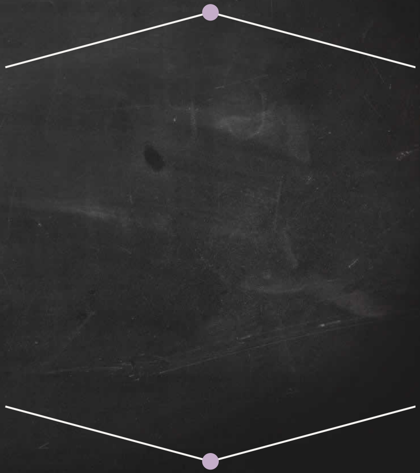
Una extensión quiral de un politopo $\mathcal{K}$ es un politopo quiral $\mathcal{P}$ tal que todas las facetas de $\mathcal{P}$ son isomorfas a $\mathcal{K}$.

* Si $\mathcal{P}$ es quiral, entonces sus facetas son regulares o quirales de facetas regulares.

Extensiones quirales

Una extensión quiral de un politopo $\mathcal{K}$ es un politopo quiral $\mathcal{P}$ tal que todas las facetas de $\mathcal{P}$ son isomorfas a $\mathcal{K}$.

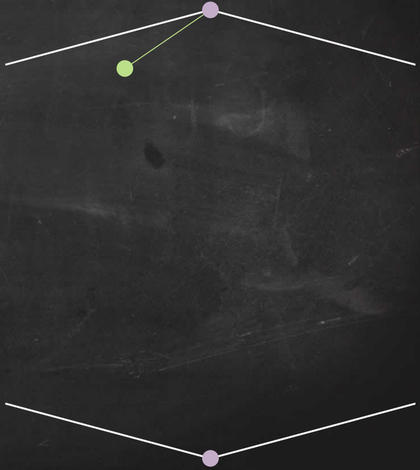
* Si $\mathcal{P}$ es quiral, entonces sus facetas son regulares o quirales de facetas regulares.



Extensiones quirales

Una extensión quiral de un politopo $\mathcal{K}$ es un politopo quiral $\mathcal{P}$ tal que todas las facetas de $\mathcal{P}$ son isomorfas a $\mathcal{K}$.

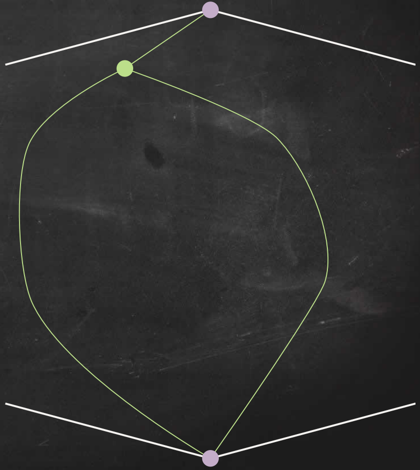
* Si $\mathcal{P}$ es quiral, entonces sus facetas son regulares o quirales de facetas regulares.



Extensiones quirales

Una extensión quiral de un politopo $\mathcal{K}$ es un politopo quiral $\mathcal{P}$ tal que todas las facetas de $\mathcal{P}$ son isomorfas a $\mathcal{K}$.

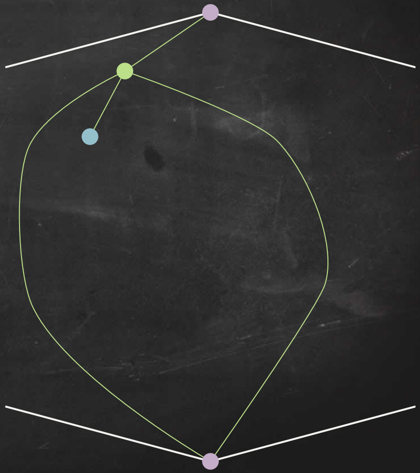
* Si $\mathcal{P}$ es quiral, entonces sus facetas son regulares o quirales de facetas regulares.



Extensiones quirales

Una extensión quiral de un politopo $\mathcal{K}$ es un politopo quiral $\mathcal{P}$ tal que todas las facetas de $\mathcal{P}$ son isomorfas a $\mathcal{K}$.

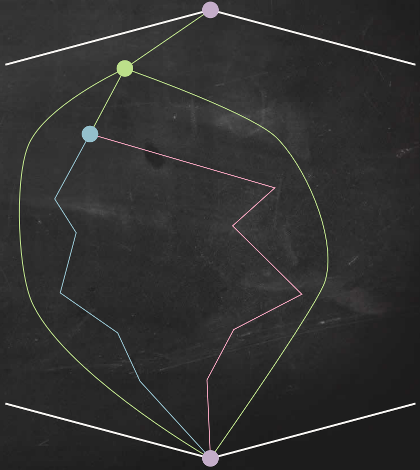
* Si $\mathcal{P}$ es quiral, entonces sus facetas son regulares o quirales de facetas regulares.



Extensiones quirales

Una extensión quiral de un politopo $\mathcal{K}$ es un politopo quiral $\mathcal{P}$ tal que todas las facetas de $\mathcal{P}$ son isomorfas a $\mathcal{K}$.

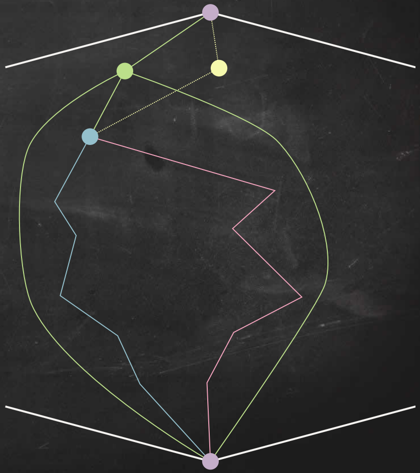
* Si $\mathcal{P}$ es quiral, entonces sus facetas son regulares o quirales de facetas regulares.



Extensiones quirales

Una extensión quiral de un politopo $\mathcal{K}$ es un politopo quiral $\mathcal{P}$ tal que todas las facetas de $\mathcal{P}$ son isomorfas a $\mathcal{K}$.

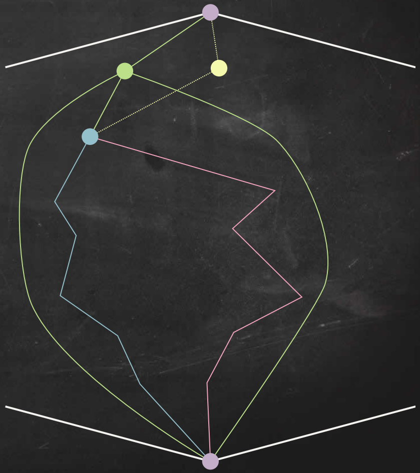
* Si $\mathcal{P}$ es quiral, entonces sus facetas son regulares o quirales de facetas regulares.



Extensiones quirales

Una extensión quiral de un politopo $\mathcal{K}$ es un politopo quiral $\mathcal{P}$ tal que todas las facetas de $\mathcal{P}$ son isomorfas a $\mathcal{K}$.

- Si $\mathcal{P}$ es quiral, entonces sus facetas son regulares o quirales de facetas regulares.
- Si $\mathcal{P}$ es extensión quiral de $\mathcal{K}$, entonces $\mathcal{K}$ es regular o quiral con facetas regulares.



Extensiones quirales

* E. Schulte, A. Weiss, 1995: Extensiones quirales universales de politopos quirales.

Extensiones quirales

* E. Schulte, A. Weiss, 1995: Extensiones quirales universales de politopos quirales.
* Es imposible "extender" de manera recursiva un politopo quiral.

Extensiones quirales

* E. Schulte, A. Weiss, 1995: Extensiones quirales universales de politopos quirales.
* Es imposible "extender" de manera recursiva un politopo quiral.
* D. Pellicer, 2010: Construcción de extensiones recursivas.

Extensiones quirales

* E. Schulte, A. Weiss, 1995: Extensiones quirales universales de politopos quirales.
* Es imposible "extender" de manera recursiva un politopo quiral.
* D. Pellicer, 2010: Construcción de extensiones recursivas.
  - Existen politopos quirales de todos los rangos.

Extensiones quirales

* E. Schulte, A. Weiss, 1995: Extensiones quirales universales de politopos quirales.
* Es imposible "extender" de manera recursiva un politopo quiral.
* D. Pellicer, 2010: Construcción de extensiones recursivas.
  - Existen politopos quirales de todos los rangos.
  - Muy restrictiva y rebuscada.

Extensiones quirales

* E. Schulte, A. Weiss, 1995: Extensiones quirales universales de politopos quirales.
* Es imposible "extender" de manera recursiva un politopo quiral.
* D. Pellicer, 2010: Construcción de extensiones recursivas.
  - Existen politopos quirales de todos los rangos.
  - Muy restrictiva y rebuscada.
* G. Cunningham, D. Pellicer, 2014: Extensiones quirales de politopos quirales.

Extensiones quirales

Problemas a atacar

* ¿Todo politopo regular (finito) admite una extensión quiral (finita)?

Extensiones quirales

Problemas a atacar

* ¿Todo politopo regular (finito) admite una extensión quiral (finita)?
* ¿Todo politopo regular admite una extensión quiral universal?

Extensiones quirales

Problemas a atacar

* ¿Todo politopo regular (finito) admite una extensión quiral (finita)?
* ¿Todo politopo regular admite una extensión quiral universal?
* ¿Todo politopo regular/q.f.r (finito) admite una extensión quiral (finita) con última entrada del símbolo de Schläfli preasignada?

Extensiones quirales

Problemas a atacar

* ¿Todo politopo regular (finito) admite una extensión quiral (finita)?
* ¿Todo politopo regular admite una extensión quiral universal?
* ¿Todo politopo regular/q.f.r (finito) admite una extensión quiral (finita) con última entrada del símbolo de Schläfli preasignada?
* Dado un politopo regular/q.f.r, ¿cuáles son las posibilidades para la última entrada del símbolo de Schläfli de una extensión quiral?

Extensiones quirales

Problemas a atacar

* ¿Todo politopo regular (finito) admite una extensión quiral (finita)?
* ¿Todo politopo regular admite una extensión quiral universal?
* ¿Todo politopo regular/q.f.r (finito) admite una extensión quiral (finita) con última entrada del símbolo de Schläfli preasignada?
* Dado un politopo regular/q.f.r, ¿cuáles son las posibilidades para la última entrada del símbolo de Schläfli de una extensión quiral?
* Dado un politopo $\mathcal{K}$ ¿cuántas extensiones quirales no isomorfas admite $\mathcal{K}$?

¡Gracias!